

FRP 外観評価指標である光沢度の公差設定に向けた回帰分析

背景

感覚論に基づく定性的な要求の多い FRP（Fiber Reinforced Plastics：繊維強化プラスチック）の外観要件について、光沢度という定量指標が適用できることを過去の技術レポート¹⁾にて述べた。光沢度を図面に記載する数値ベースの定量要件に落とし込むには、どのような公差を設定すべきかについて明らかにする必要があるが、現段階ではわかっていない。当該公差を算出するため、実際に異なる外観条件で準備した FRP 試験片の光沢度を計測し、回帰分析を行うこととした。

目的

外観状態の異なる FRP-GU-03、-05、-07、-08 の 4 水準の FRP 平板に対して実施した光沢度の測定結果を回帰分析し、光沢度の公差範囲を明らかにする。

結論

光沢度の公差は、検出確率 80%で最大±43.7 GU、同 98%で±73.8 GU であることが明らかとなった。これらを公差設定の判断基準とする。

概要

成形型の研磨条件や成形後の FRP 表面処理条件の違いにより、外観状態の異なる 4 水準の FRP 平板を準備した。公差設定検証に用いたのは FRP-GU-03、-05、-07、-08 の 4 水準で末尾の数字が大きいものほど外観状態が良好になるよう設定している。計測や表面状態のばらつきを評価するため、それぞれの水準について 5 つのグループに分け、各グループにつき 9 か所の光沢度を測定し、回帰分析を行った。右下図に検出確率 80%の結果概要を示す。横軸に各水準、縦軸に光沢度、青色が平均値、橙色が最小値、緑色が最大値である。また、検出確率 98%で分析を行うと、ばらつきの大きい FRP-GU-03 や-07 は最小値が負の値になった。ばらつきが比較的押さえられ、下限値が定量要件として妥当と考えられる末番が-05、-08 という 2 水準について、検出確率 80%を基準水準として光沢度の公差設定を行うこととする。

本格的な光沢度の公差設定にはより多くの数値が必要であると考えられるため、継続したデータの蓄積が必要である。

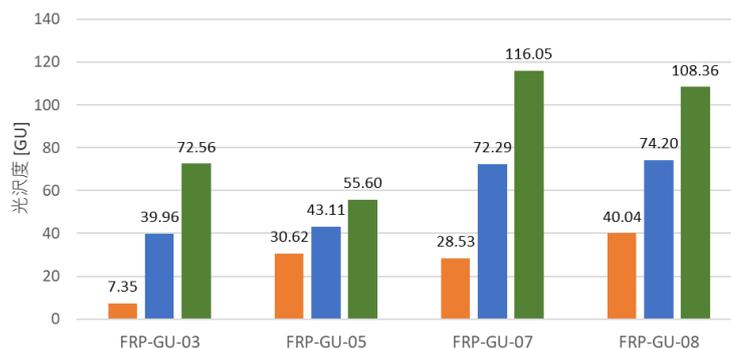


図 光沢度の平均値と上下限值
(光沢度検出確率 80%)

評価準備と評価方法

外観の異なる FRP 平板製作

外観の異なる 4 水準の FRP はすべて同一の不飽和ポリエステル樹脂とガラス繊維を用い、外観状態を評価する表層（図面上の Surface A）はアイボリー色のゲルコートを用いた。積層と成形は同一の作業員によるハンドレイアップで実施した。平板の成形型は異なる条件で表面研磨し、これらの型で成形したものを外観状態の良好な昇順に A から D とした（IV FRP surface gloss D が最も外観状態が良好）。当該平板の図面を下図に示す。

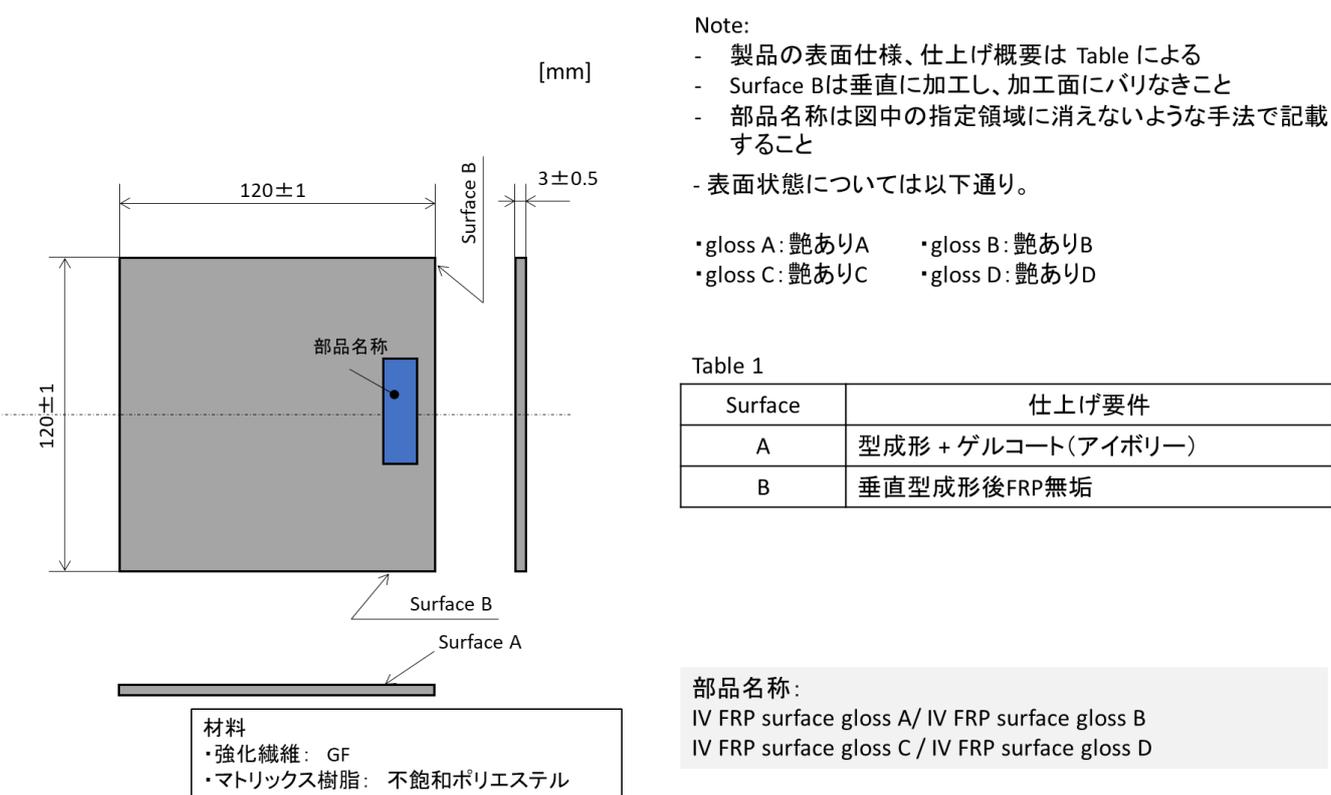


図 外観状態の異なる FRP 平板

本部品名称を下表のとおり新たな光沢度指標として水準を定義した。またそれぞれに対し、製作枚数を示す。当該枚数は後述するグループ数に該当する。

表 部品名称と光沢度指標の対応と製作枚数

部品名称	光沢度指標 (水準)	製作枚数 (グループ数)
IV FRP surface gloss A	FRP-GU-03	5
IV FRP surface gloss B	FRP-GU-05	5
IV FRP surface gloss C	FRP-GU-07	5
IV FRP surface gloss D	FRP-GU-08	5

表面光沢度測定

FRP 平板表面の光沢度は 22°C、50RH% に管理された恒温恒湿環境にて、単角度光沢計 YG60S (3NH) を用い、校正実施後に計測を行った。照射角度は 60° 固定である。測定においては、FRP 平板の表面に直接測定機を接触させることによって実施した。計測の様子を下図に示す。



図 光沢度測定の様子

測定箇所によるばらつきを把握するため、各水準に対する 5 枚の FRP 平板について、下図に示す 9 か所の測定を行い、散布図を作成した。

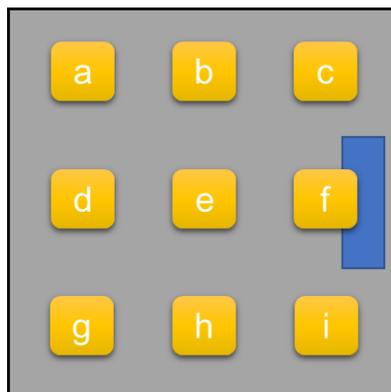


図 光沢度測定位置

回帰分析

外れ値の検定は各水準に対して実施した。それ以外の検定や計算においては、水準ごとに製作した平板を「グループ」として区別して実施した。

1. 外れ値の検定

取得した光沢度の数値に異常値があるか否かを調べるため、Maximum Normed Residual のひとつであるスミルノフ・グラブス検定(Smirnov - Grubbs' Test)を行った。

各水準における標準偏差 s を用い、以下の検定統計量 T_{max} を算出した。 x_i は各水準の i 番目の値、 \bar{x} は水準の平均値である。

$$T_{max} = \frac{\max|x_i - \bar{x}|}{s}$$

臨界値 $T_{critical}$ は次式にて算出した。 n は水準内のデータ数、 $t_{critical}$ は $n - 2$ の自由度で、優位水準が $1 - \alpha/2n$ の t 分布の臨界値である。 α は0.05に設定した。

$$T_{critical} = \frac{(n - 1)t_{critical}}{\sqrt{n(n - 2 + t_{critical}^2)}}$$

T_{max} と $T_{critical}$ を比較し、帰無仮説の棄却有無を確認した。尚、判定方法は以下のとおりである。

- ・ $T_{critical} < T_{max}$: 外れ値はないという帰無仮説は棄却される。 T_{max} を示した光沢度データは「外れ値」の可能性がある。
- ・ $T_{critical} > T_{max}$: 外れ値はないという帰無仮説は棄却されない。

2. 正規分布のモデル適合性検定

光沢度の公差算出は正規分布を基本モデルとして算出することから、各グループについて正規分布適合性を判断するため、Anderson Darling 検定を行った。

正規分布の確率密度関数 $f(x)$ は下式のようになる (σ^2 : 分散、 μ : 平均)。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

本検定には上記 $f(x)$ から下式で算出される累積分布関数 $F(x)$ を用いる。

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

検定に用いる検定値 (AD^*) は下式により算出した。

$$AD = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln(F(x_i)) + \ln(1 - F(x_{n-i+1}))]$$

$$AD^* = AD \left(1 + \frac{0.75}{n} + \frac{2.25}{n^2} \right)$$

p 値は AD^* に応じ、下表の条件に基づいて算出した。また plotting position 算出には Blom position を採用した。

表 Anderson Darling 検定における AD^* と p 値の関係

AD^*	p 値
$AD^* \geq 0.6$	$\exp(1.2937 - 5.709 \cdot AD^* + 0.0186 \cdot (AD^*)^2)$
$0.34 \leq AD^* < 0.6$	$\exp(0.9177 - 4.279 \cdot AD^* + 1.38 \cdot (AD^*)^2)$
$0.2 < AD^* < 0.34$	$1 - \exp(-8.318 + 42.796 \cdot AD^* - 59.938 \cdot (AD^*)^2)$
$AD^* \leq 0.2$	$1 - \exp(-13.436 + 101.14 \cdot AD^* - 223.73 \cdot (AD^*)^2)$

上記の p 値が有意水準である 0.05 よりも小さければ、サンプルデータの分布は正規分布の確率密度関数 $F(x)$ をベースとした分布と同じである、という帰無仮説は棄却される。逆に p 値が 0.05 より大きければ、評価したサンプルデータは正規分布として取り扱うことができると判断可能となる。また視覚的にとらえるため縦軸に plotting position、横軸に光沢度としたグラフを作成した。

3. 同一水準の複数グループを単一母集団で取り扱えるかの検定

光沢度の公差算出においてはグループを区別してそのばらつきを考慮した計算を行うため、同一水準の複数グループを単一母集団として取り扱えるか否かを k-Sample Anderson Darling 検定にて判断した。下式で示す ADK と臨界値である ADC を比較し、 $ADC < ADK$ の場合、すべてのグループの光沢度データを同じ母集団として扱えるという帰無仮説は棄却される（危険率 5%）。

$$ADK = \frac{n-1}{n^2(k-1)} \sum_{i=1}^k \left[\frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^L h_j \frac{(nF_{ij} - n_i H_j)^2}{H_j(n - H_j) - nh_j/4} \right]$$

$$ADC = 1 + \sigma_n \left[1.645 + \frac{0.678}{\sqrt{k-1}} - \frac{0.362}{k-1} \right]$$

同一母集団として取り扱えない、すなわちグループごとに分けて分析を行う必要があるという検定結果が、グループ間のばらつきを考慮した公差算出の前提となる。

4. グループ間の等分散検定

グループ間のばらつきを考慮した光沢度の公差算出においては、「グループ間で分散が同じである」という前提が成立している必要があり、これは後述する Modified Welch-Aspin の理論の適用の必要条件である。

この前提成立判断に Levene の等分散検定を採用した。下式で示す F 値を算出した上で、同一水準のグループに対して一元配置分散分析を実施した結果として得られる $F_{critical}$ と比較し、 $F < F_{critical}$ の関係、すなわちグループ間の光沢度データに関する分散は等しいという帰無仮説が棄却されるか否かを確認した。

$$F = \left[\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k n_i (\bar{w}_i - \bar{w})^2 \right] / \left[\frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (w_{ij} - \bar{w}_i)^2 \right]$$

5. 一元配置分散分析モデルによる光沢度の公差算出

本計算は k-Sample Anderson Darling 検定で、同一水準 5 グループを一つの母集団として扱えるという帰無仮説が棄却されることを前提とした。当該帰無仮説が棄却された各水準について、グループの異なる光沢度データに関し、Modified Welch-Aspin の理論を基本にグループ間のばらつきを考慮した一元配置分散分析モデル²⁾を適用した。本モデルを適用することにより、将来的なばらつきを考慮した公差設定が可能となる。本モデルは許容限度ファクターを取り入れ、設計許容値算出を目的とした下限値を求めるための理論である。

$$A = \bar{x} - k\hat{\sigma}_x$$

上式における \bar{x} がグループ全体平均、 k が許容限度ファクター、 $\hat{\sigma}_x$ が分布を示している。 k と $\hat{\sigma}_x$ は下式にて算出した。

$$k = \frac{k_0 - k_1/\sqrt{n'} + (k_1 - k_0)W}{1 - 1/\sqrt{n'}}$$

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{MSB}{n'} + \left(\frac{n' - 1}{n'}\right)MSE}$$

k_0 はグループ数（同一水準の FRP 平板枚数）に対応する許容限度ファクター、 k_1 はデータ総数（同一水準の光沢度測定データ総数）に該当する許容限度ファクターである。 MSB はグループ間平均平方、 MSE はグループ内平均平方である。分析手順は別文献³⁾を参照した。

本モデルが正規分布を前提とした理論であることを応用し、下限値だけでなく上限値を算出し、それらを光沢度の公差上下限值とした。また、本モデルでは非破壊確率 99% の A 値、同 10% の B 値を算出できることから、上下限值を算出するにあたっては限界値が上下で両側となることから、それぞれ検出確率を 98%、80% とした。

結果

外観の異なる FRP 平板製作

FRP-GU-03、-05、-07、-08 について問題なく製作することができた。尚、参考として既報¹⁾で報告した各 FRP 平板の拡大写真を下図に示す。IV FRP surface gloss A と比較し、同 C や D においては光の反射状況から光沢が出ていることがわかる。既に述べた通り IV FRP surface gloss A~D が FRP-GU-03~-08 に該当する。

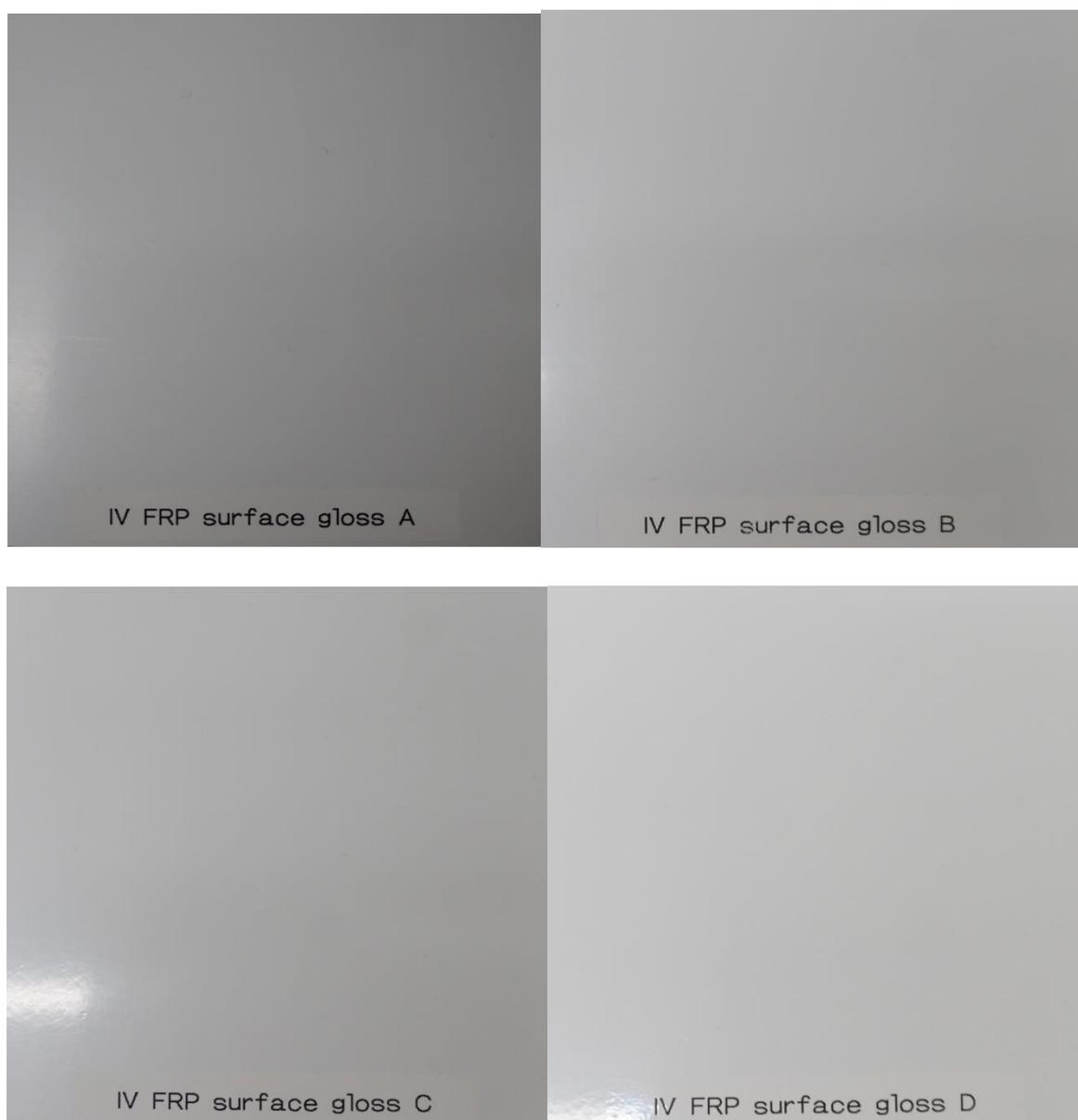


図 FRP 平板の表層外観写真（左上から時計回りに IV FRP surface gloss A、B、D、C）

表面光沢度測定

縦軸に光沢度、横軸にグループ（同一水準の平板 1～5）をプロットした散布図を下図に示す。外観状態の良好な FRP-GU-07、-08 が同-03、-05 と比較して相対的に高い数値を示しており、また同じ水準であってもグループ間で変動が見られることが明らかとなった。

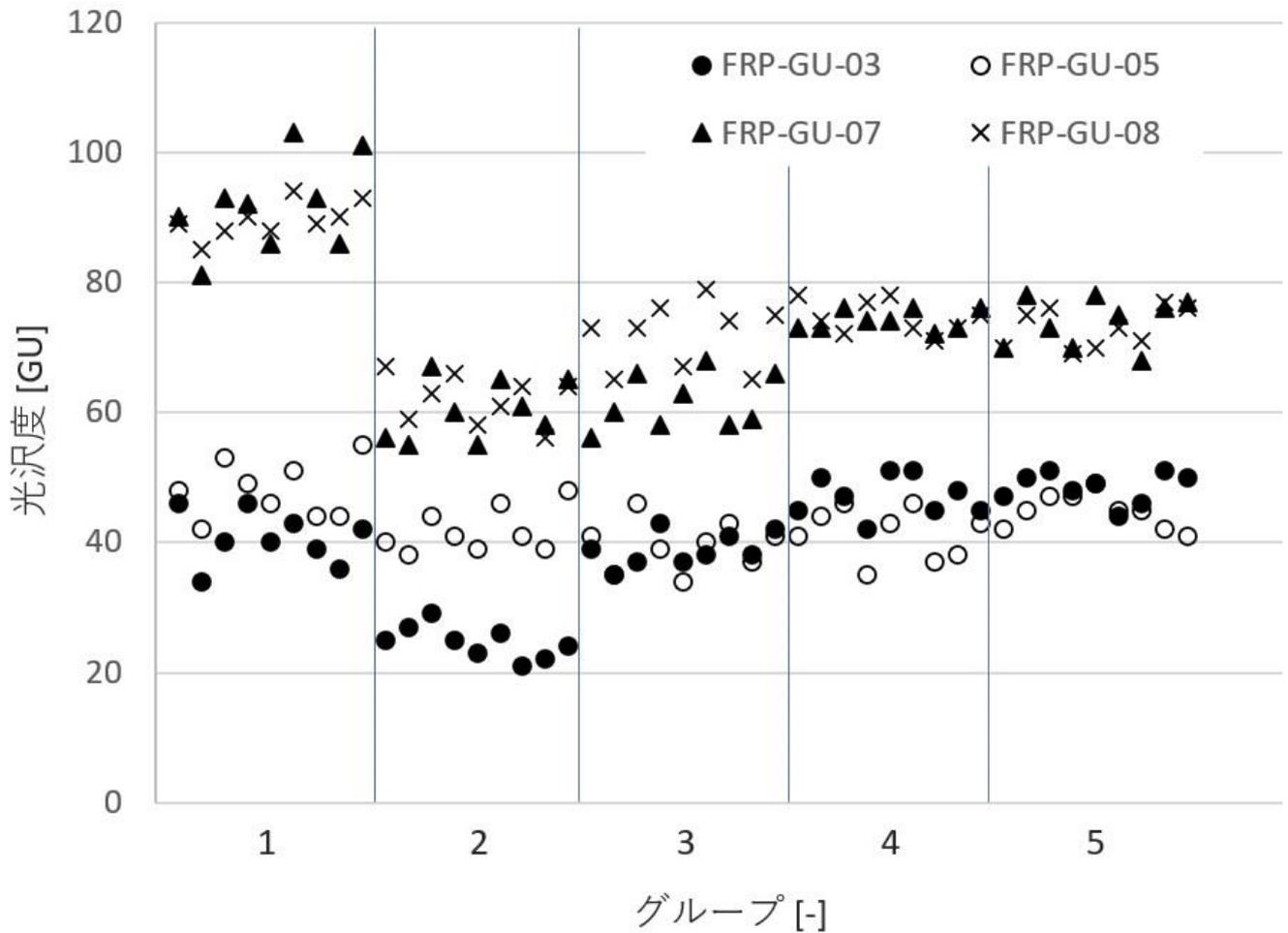


図 光沢度測定数値の散布図

回帰分析

1. 外れ値の検定

取得したデータの各水準について外れ値の検定を実施した。グループの区別はしていない。結果の一覧を下表に示す。すべての水準に対し、 $T_{critical} > T_{max}$ の関係が成り立っており、外れ値は無いという帰無仮説は棄却されない（危険率 5%）。よって、外れ値は存在しなかった。

表 各水準における T_{max} と $T_{critical}$ の一覧

	FRP-GU-03	FRP-GU-05	FRP-GU-07	FRP-GU-08
T_{max}	2.098	2.563	2.502	2.070
$T_{critical}$	3.085	3.085	3.085	3.085

2. 正規分布のモデル適合性検定

検定の結果を下表に示す。この結果から、光沢度データの正規分布モデルへの適合性に問題は無いことが明らかとなった。

表 Anderson Darling 検定結果

水準	グループ	p 値	有意水準
FRP-GU-03	1	0.789	0.05
	2	0.973	0.05
	3	0.548	0.05
	4	0.394	0.05
	5	0.503	0.05
FRP-GU-05	1	0.859	0.05
	2	0.199	0.05
	3	0.903	0.05
	4	0.436	0.05
	5	0.377	0.05
FRP-GU-07	1	0.563	0.05
	2	0.363	0.05
	3	0.284	0.05
	4	0.075	0.05
	5	0.288	0.05
FRP-GU-08	1	0.399	0.05
	2	0.761	0.05
	3	0.192	0.05
	4	0.427	0.05
	5	0.207	0.05

また、縦軸に plotting position、横軸に光沢度としたグラフの一例を下図に示す。図中の直線は正規分布を示している。実際に得られたデータの分布が正規分布に近いほど、当該直線上にプロットが乗る。結果、すべてのグループに関するプロットデータについて、正規分布直線から大きく外れるものは無かった。

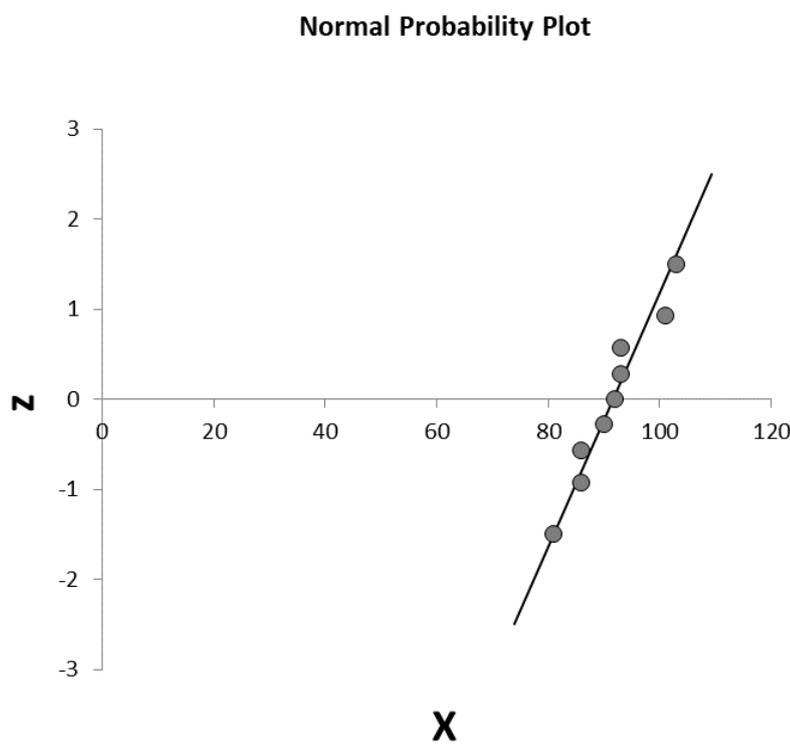


図 plotting position と光沢度の関係（水準：FRP-GU-07 グループ：1）

3. 同一水準の複数グループを単一母集団で取り扱えるかの検定

k-Sample Anderson Darling 検定の結果を下表に示す。すべての水準において $ADK > ADC$ となっており、各水準において、すべてのグループを同じ母集団として扱えるという帰無仮説は棄却される（危険率 5%）。よってグループの違い、すなわち FRP 平板の違いを考慮した分析が必要であることが明らかとなった。

表 k-Sample Anderson Darling 検定の結果

	<i>ADK</i>	<i>ADC</i>
FRP-GU-03	6.279	1.72
FRP-GU-05	2.854	1.72
FRP-GU-07	5.901	1.72
FRP-GU-08	6.235	1.72

4. グループ間の等分散検定

Levene の等分散検定の結果を下表に示す。すべての水準に対して $F < F_{critical}$ の関係が成立していることから、各水準のグループ間は等分散であるという帰無仮説は棄却されない。よって各水準においてグループ間の分散は等しいと仮定できることが明らかとなった。

表 Levene の等分散検定の結果

	F	$F_{critical}$
FRP-GU-03	0.7793	2.6059
FRP-GU-05	0.5877	2.6059
FRP-GU-07	2.5119	2.6059
FRP-GU-08	1.1079	2.6059

5. 一元配置分散分析モデルによる光沢度の公差算出

各水準の平均値 \bar{x} 、許容限度ファクター k_A および k_B 、分布 $\hat{\sigma}_x$ の算出結果を下表に示す。尚、 k_A が検出率 98%、 k_B が同 80%の許容限度ファクターである。

表 一元配置分散分析結果概要

	\bar{x}	k_A	k_B	$\hat{\sigma}_x$
FRP-GU-03	39.956	5.56	3.30	9.887
FRP-GU-05	43.111	4.41	2.59	4.819
FRP-GU-07	72.289	5.51	3.27	13.397
FRP-GU-08	74.2	5.52	3.27	10.444

各水準について、得られた平均値、分布、許容限度ファクターから光沢度の上下限値を下図に示す。縦軸が光沢度、横軸が水準、グラフ中の青色が平均値、橙色が最小値、緑色が最大値である。データの分布として各水準が異なるデータの分布を有するのではなく、FRP-GU-03、-05 と同-07、-08 の2つの特徴的なデータの集団を確認した。グループ間のばらつきが大きかった FRP-GU-03、-07 については、検出確率 98%での最小値が負の値となった。

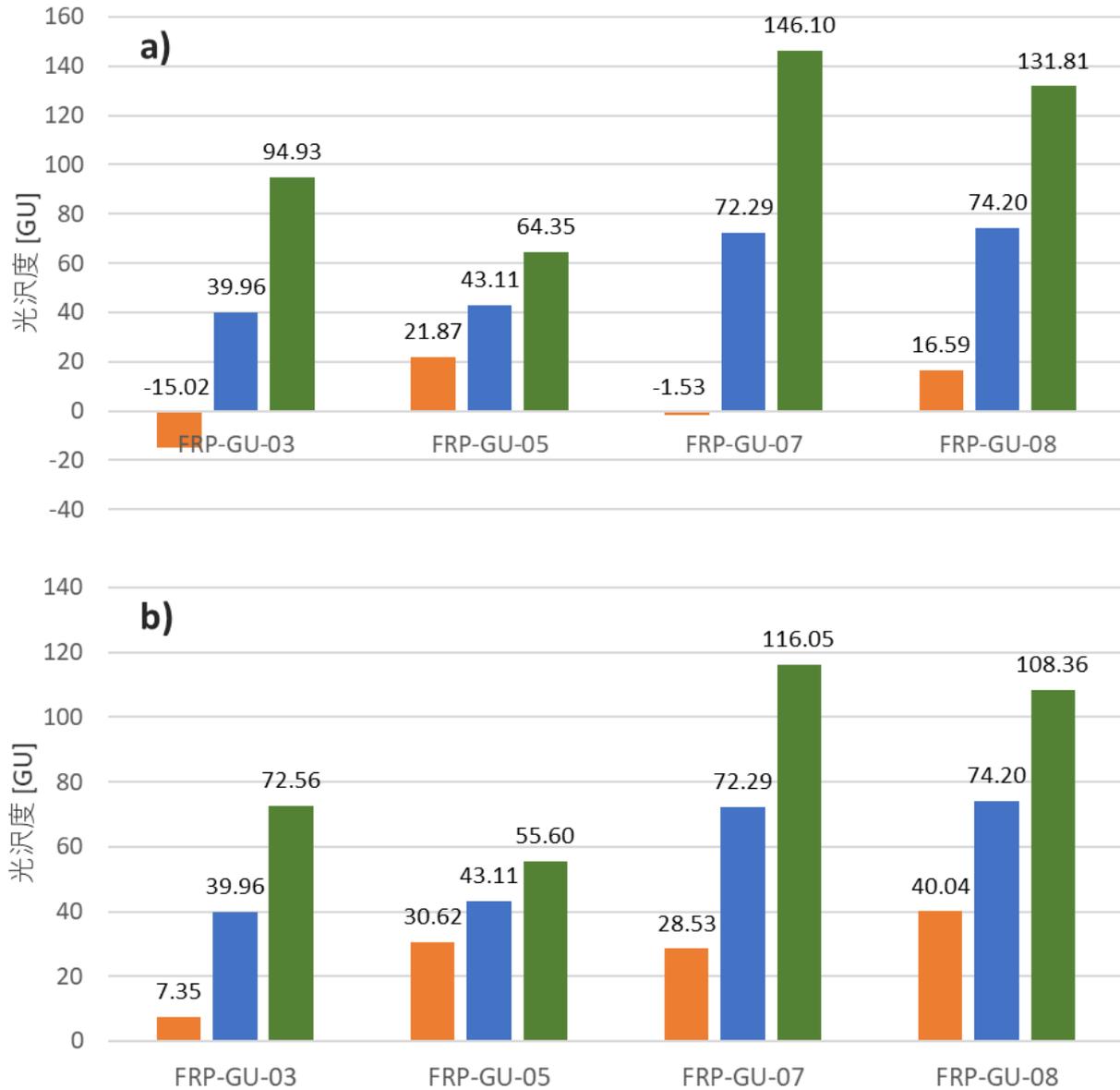


図 光沢度の平均値と上下限値 (a) 検出確率 98% b) 検出確率 80%)

考察

光沢度の公差の定量要件の妥当性と実運用について

現段階で得られた公差に関する数値データは、統計学の理論である k-Anderson Darling 検定により水準が同一でも製作する平板が異なればグループ分けする必要がある、さらに Anderson Darling 検定により正規分布モデル合致性に問題ないこと、Levene の等分散検定からグループ間での等分散性が担保されているという判断ができていることを考慮し、前述の通り更なるデータの蓄積とそれに伴う更新をするという前提にて、現段階での光沢度に関する定量的な公差数値として妥当であると考えます。

ここで実運用に向け、留意すべき観点が2つある。一つは検出確率 98%では下限値が負の値となった水準があること、もう一つは FRP-GU-03、-05 と FRP-GU-07、-08 という二つのグループに光沢度の数値データが分かれているように見えることである。

前者については、データ数を今後増やしていくことで数値が変動、並びに収束すると予想されるが、光沢度が負の値というのは存在しないため、現段階では検出確率 98%を前提とした公差設定は困難であると判断する。そのため、光沢度の公差設定は検出確率 80%を前提として進める。

後者については、成形型の表面状況が必ずしも光沢度の顕著な差につながっていないことを踏まえ、光沢度の定量的な公差管理は FRP-GU-05、並びに FRP-GU-08 の2水準とすることを検討する。この際の光沢度の公差設定を含む定量要件としての運用は以下のとおりとする。

FRP-GU-05 43.11 ± 12.49 GU

FRP-GU-08 74.20 ± 34.16 GU

ただし本方針についても継続したデータ蓄積により、上述の平均値、公差の更新を行うことに加え、平均値に水準間での有意差が出てくるようであれば4水準での公差管理も検討する。

また、実運用上の考え方として、光沢度は下限値のみとして運用するということも検討に値する。これは、光沢度が大きいことによる技術的懸念が無いケースが多いことが想定されるためである。

まとめ

FRP 外観状態に関する定量指標の一つとして採用した光沢度について、公差範囲決定を試みた。同一水準で複数の試験片から得られた光沢度データに関して定性的な評価を徹底排除し、統計学の理論に基づいた回帰分析を行うことで、将来的に生じると予想される表面状態、計測に関するばらつきを加味した公差算出を行った。その結果、2つの水準に関し、検出確率 80%並びに 98%にて公差範囲数値算出に成功した。

引き続き同水準でデータの蓄積を進め、平均値の更新と公差数値の収束を狙うことで、より現実を反映する定量指標としての確立を目指す。このような取り組みが、定性的な議論に陥りがちな FRP 外観要件の定量化へつながると考える。引き続き量産図面に耐えうる定量要件の確立に向け、取り組みを推進したい。

参考文献

- 1) [株式会社 FRP カジ技術資料 ENG-REPORT-007 : FRP 外観定量評価に対する表面粗さと光沢度の評価指標適合可否検証](#)
- 2) Mark G. Vangel, Technometrics, 34, 2, 176 (1992)
- 3) 吉田州一郎：これからの設計者に必須の FRP 活用の基礎知識連載、第 24 回 分散分析モデルによる材料ロットの異なる FRP 静的材料データからの設計許容値算出法、機械設計、Vol.65、No.1

以上